

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC MỎ - ĐỊA CHẤT

BÁO CÁO HỌC THUẬT

**MỘT VÀI VÍ DỤ MINH HỌA ỨNG DỤNG
ĐỊNH LÝ GIỚI HẠN TRUNG TÂM TRONG
CUỘC SỐNG**

Ths. Phạm Ngọc Anh

Hà Nội, 12/2024

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC MỎ - ĐỊA CHẤT

BÁO CÁO HỌC THUẬT

**MỘT VÀI VÍ DỤ MINH HỌA ỨNG DỤNG
ĐỊNH LÝ GIỚI HẠN TRUNG TÂM TRONG
CUỘC SỐNG**

Xác nhận của Bộ môn Toán

Hà Nội, 12/2024

Nội dung

LỜI MỞ ĐẦU	4
Chương 1. CƠ SỞ TOÁN HỌC	6
1.1 <i>Biến ngẫu nhiên</i>	6
1.2 <i>Quy luật nhị thức $-B(n, p)$</i>	6
1.3 <i>Quy luật Poisson $-P(\lambda)$</i>	6
1.4 <i>Quy luật phân phối đều liên tục $-U(a, b)$</i>	6
1.5 <i>Quy luật phân phối lũy thừa $-Exp(\lambda)$</i>	7
1.6 <i>Quy luật phân phối chuẩn $-N(\mu, \sigma^2)$</i>	7
1.7 <i>Quy luật phân phối chuẩn hóa $-N(0, 1)$</i>	7
1.8 <i>Hàm đặc trưng</i>	7
1.9 <i>Các tính chất của hàm đặc trưng</i>	7
1.10 <i>Định lý Lindenberg-Lewi</i>	8
Chương 2. MỘT SỐ BÀI TOÁN ỨNG DỤNG CỦA ĐỊNH LÝ GIỚI HẠN TRUNG TÂM TRONG CUỘC SỐNG	10
KẾT LUẬN	13
TÀI LIỆU THAM KHẢO	14

LỜI MỞ ĐẦU

Trong xác suất, định lí giới hạn trung tâm là định lí nổi tiếng và có vai trò quan trọng. Định lí giới hạn trung tâm là một khía cạnh quan trọng trong lí thuyết xác suất và thống kê toán. Định lí này cho thấy xu hướng tập trung của biến mẫu về phân phối chuẩn. Nhờ định lí này, chúng ta có thể tiên đoán và ước lượng xấp xỉ phân phối của biến mẫu dựa trên phân phối chuẩn, giúp chúng ta hiểu rõ hơn về sự biến đổi và tính chất của các biến ngẫu nhiên.

Nói về lịch sử hình thành, cũng như nhiều lí thuyết Toán học khác, Định lí giới hạn trung tâm cũng là tổng hòa của nhiều công trình toán học, với sự đóng góp của nhiều nhà khoa học. Theo Wikipedia, phiên bản đầu tiên của định lí này được đưa ra bởi nhà toán học gốc Pháp - Abraham De Moivre. Trong một bài báo xuất bản năm 1733, ông đã sử dụng phân phối chuẩn để tính gần đúng phân bố của số mặt ngửa do nhiều lần tung đồng xu đồng chất. Phát hiện này đã đi trước thời đại rất xa và gần như bị lãng quên cho đến khi nhà toán học nổi tiếng người Pháp Pierre-Simon Laplace trong một xuất bản năm 1812 đã mở rộng phát hiện của De Moivre bằng cách xấp xỉ nhị thức phân phối với phân phối chuẩn. Nhưng cũng như De Moivre, phát hiện của Laplace ít được chú ý vào thời của ông. Mãi đến cuối thế kỷ 19, tầm quan trọng của định lí giới hạn trung tâm mới được nhận ra, khi vào năm 1901, nhà toán học người Nga - Aleksandr Lyapunov đã phát biểu và chứng minh định lí một cách tổng quát. Thuật ngữ "định lí giới hạn trung tâm" được George Pólya sử dụng lần đầu tiên vào năm 1920 trong tiêu đề của một bài báo của ông và từ đó được sử dụng rộng rãi cho đến ngày nay.

Cho đến hiện tại, Định lí giới hạn trung tâm có ứng dụng rộng rãi trong nhiều lĩnh vực khác nhau, chẳng hạn như trong xác suất và thống kê: Định lí giới hạn trung tâm có vai trò quan trọng trong việc xác định phân phối xấp xỉ của một biến ngẫu nhiên. Nó cho phép xác định xác suất xảy ra của một sự kiện dựa trên mẫu ngẫu nhiên có kích thước lớn; trong Y học, định lí giới hạn trung tâm được sử dụng để xác định phân phối xấp xỉ của các biến y tế như chiều cao, cân nặng, huyết áp trong các nghiên cứu lâm sàng, hay trong Khoa học máy tính, định lí giới hạn trung tâm được sử dụng trong phân tích dữ liệu và machine learning để xác định phân phối xấp xỉ của các biến ngẫu nhiên trong quá trình huấn luyện mô hình...

Định lí giới hạn trung tâm có mặt ở hầu hết giáo trình xác suất thống kê trong và ngoài nước với nhiều ứng dụng thú vị xoay quanh. Tuy nhiên, đây là một định lí khó với nhiều sinh viên và thường bị bỏ qua trong quá trình học tập. Trong báo cáo này, tôi muốn trình bày lại chi tiết về phát biểu và chứng minh của định lí giới hạn trung tâm. Sau đó, tôi

cố gắng tập hợp lại một số ứng dụng của định lí giới hạn trung tâm về mặt lí thuyết cũng như thực tế. Cuối cùng, tôi sưu tập một vài ví dụ thú vị để thấy được sự gần gũi của định lí trong cuộc sống.

Chương 1. CƠ SỞ TOÁN HỌC

1.1 Biến ngẫu nhiên

Theo [1], biến ngẫu nhiên được định nghĩa:

Biến ngẫu nhiên X là một hàm đo được trên không gian mẫu.

Biến ngẫu nhiên X được gọi là một biến ngẫu nhiên rời rạc nếu ta có thể liệt kê các giá trị nó nhận.

Biến ngẫu nhiên X là biến ngẫu nhiên liên tục nếu X có thể nhận bất cứ giá trị nào trên một khoảng của trục số, thậm chí trên toàn bộ trục số.

Những khái niệm sau được tham khảo trong [2]

1.2 Quy luật nhị thức – $B(n, p)$

Biến ngẫu nhiên rời rạc X nhận một trong các giá trị có thể có $x = 0, 1, 2, \dots, n$ với các xác suất tương ứng được tính bằng công thức (1) gọi là phân phối theo quy luật nhị thức với các tham số là n và p .

$$P(X = x) = C_n^x p^x (1 - p)^{n-x}, \quad x = 0, 1, 2, \dots, n. \quad (1)$$

Quy luật nhị thức được kí hiệu $B(n, p)$

1.3 Quy luật Poisson – $P(\lambda)$

Biến ngẫu nhiên rời rạc X nhận một trong các giá trị có thể có $x = 0, 1, 2, \dots$ với các xác suất tương ứng được tính bằng công thức (2) gọi là phân phối theo quy luật Poisson với các tham số là λ .

$$P(X = x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda}, \quad x = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

Quy luật Poisson được kí hiệu $P(\lambda)$

1.4 Quy luật phân phối đều liên tục – $U(a, b)$

Biến ngẫu nhiên liên tục X gọi là phân phối theo quy luật đều trong khoảng (a, b) nếu hàm mật độ xác suất của nó có dạng :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{với } x \in (a, b) \\ 0 & \text{với } x \notin (a, b). \end{cases} \quad (3)$$

Quy luật phân phối đều liên tục được kí hiệu $U(a, b)$

1.5 Quy luật phân phối lũy thừa – $Exp(\lambda)$

Biến ngẫu nhiên liên tục X gọi là phân phối theo quy luật lũy thừa (quy luật mũ) nếu hàm mật độ xác suất của nó có dạng :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{với } x < 0 \\ \lambda e^{-\lambda x} & \text{với } x \geq 0. \end{cases} \quad (4)$$

Trong đó λ là một hằng số dương.

Quy luật phân phối lũy thừa được kí hiệu $Exp(\lambda)$

1.6 Quy luật phân phối chuẩn – $N(\mu, \sigma^2)$

Biến ngẫu nhiên liên tục X nhận các giá trị trong khoảng $(-\infty, +\infty)$ gọi là phân phối theo quy luật chuẩn với các tham số μ và σ^2 nếu hàm mật độ xác suất của nó có dạng:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}. \quad (5)$$

Quy luật phân phối chuẩn được kí hiệu $N(\mu, \sigma^2)$

1.7 Quy luật phân phối chuẩn hóa – $N(0, 1)$

Biến ngẫu nhiên liên tục U nhận các giá trị trong khoảng $(-\infty, +\infty)$ gọi là phân phối theo quy luật chuẩn hóa nếu hàm mật độ xác suất của nó có dạng :

$$\varphi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}}. \quad (6)$$

Quy luật phân phối chuẩn hóa được kí hiệu $N(0,1)$.

1.8 Hàm đặc trưng

Hàm đặc trưng của biến ngẫu nhiên X là kì vọng toán của biến ngẫu nhiên e^{itx} và được kí hiệu là $\varphi_X(t)$, tức là:

$$\varphi_X(t) = E[e^{itx}] = E(\cos tX) + iE(\sin tX).$$

Như vậy nếu X là biến ngẫu nhiên rời rạc thì:

$$\varphi_X(t) = \sum_j e^{itx_j} P_j.$$

Còn nếu X là biến ngẫu nhiên liên tục thì:

$$\varphi_X(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{itx} f(x) dx.$$

1.9 Các tính chất của hàm đặc trưng

Tính chất 1: $|\varphi_X(t)| \leq 1$.

Tính chất 2: Nếu $Y = aX + b$ thì $\varphi_Y(t) = e^{ibt} \varphi_X(at)$.

Tính chất 3: Nếu X_1, X_2, \dots, X_n là các biến ngẫu nhiên độc lập thì:

$$\varphi_{X_1+X_2+\dots+X_n}(t) = \prod_{k=1}^n \varphi_{X_k}(t).$$

Tính chất 4: Nếu tồn tại $E|X|^k$ thì hàm đặc trưng $\varphi_X(t)$ cũng tồn tại đạo hàm đến bậc k tại mọi điểm t

Và có:

$$\varphi_X(t) = \sum_{m=0}^k \frac{(it)^m}{m!} E[X^m] + o(t^k).$$

Tính chất 5: Nếu $\{F_n(x)\}$ là dãy hàm phân phối xác suất và $\{\varphi_n(t)\}$ là dãy các hàm đặc trưng tương ứng thì điều kiện cần và đủ để $\{F_n(x)\}$ hội tụ yếu (tức là hội tụ tại các điểm $F_n(x)$ liên tục) tới hàm phân bố xác suất $F(x)$ là $\{\varphi_n(t)\}$ tại mọi t đến hàm đặc trưng $\varphi(t)$ tương ứng với $F(x)$.

1.10 Định lý Lindenberg-Lewi

Nếu $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ là một dãy các biến ngẫu nhiên độc lập tuân theo một quy luật phân phối xác suất nào đó với kỳ vọng toán và phương sai hữu hạn:

$$E(X_k) = a; V(X_k) = \sigma^2, \forall k.$$

Thì quy luật phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên

$$U_n^a = \frac{U_n - E(U_n)}{\sqrt{V(U_n)}} \quad \text{với} \quad U_n = \sum_{k=1}^n X_k.$$

sẽ hội tụ khi $n \rightarrow \infty$ tới quy luật chuẩn hóa $N(0,1)$. Tức là:

$$P(U_n^a < x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$

Chứng minh

Theo tính chất của hàm đặc trưng, ta chỉ cần chỉ ra rằng hàm đặc trưng $\varphi_{U_n^a}(t)$ hội tụ đến hàm đặc trưng của phân phối chuẩn hóa là $\varphi_U(t) = e^{-\frac{t^2}{2}}$ khi $n \rightarrow \infty$.

Xét biến ngẫu nhiên:

$$U_n - E(U_n) = [X_1 - E(X_1)] + [X_2 - E(X_2)] + \dots + [X_n - E(X_n)].$$

Đặt $Y_k = X_k - E(X_k)$.

Ta có: $U_n - E(U_n) = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n$.

$$E(Y_k) = E[X_k - E(X_k)] = 0, \quad \forall k.$$

$$V(Y_k) = E(Y_k^2) - [E(Y_k)]^2 = E(Y_k^2) = \sigma^2 = V(X_k), \quad \forall k.$$

Đặt $\varphi(t) = \varphi_{Y_k}(t)$

Theo tính chất 4 của hàm đặc trưng có:

$$\varphi(t) = 1 + \frac{it}{1!} E(Y_k) + \frac{(it)^2}{2!} E(Y_k^2) + o(t^2) = 1 - \frac{t^2}{2} \sigma^2 + o(t^2).$$

Do $U_n - E(U_n) = \sum_{k=1}^n Y_k$, nên:

$$\varphi_{U_n - EU_n}(t) = \varphi_{Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n}(t) = \prod_{k=1}^n \varphi_{Y_k}(t) = [\varphi(t)]^n.$$

Ta có:

$$U_n^a = \frac{U_n - E(U_n)}{\sqrt{V(U_n)}}; V(U_n) = V\left(\sum_{k=1}^n X_k\right) = \sum_{k=1}^n V X_k = n\sigma^2.$$

Vậy :

$$U_n^a = \frac{U_n - E(U_n)}{\sigma\sqrt{n}}.$$

Do đó:

$$\begin{aligned} \varphi_{U_n^a}(t) &= \varphi_{U_n - EU_n}\left(\frac{1}{\sigma\sqrt{n}}t\right) = \left[\varphi\left(\frac{t}{\sigma\sqrt{n}}\right)\right]^n = \left\{1 - \frac{\sigma^2}{2}\left(\frac{t}{\sigma\sqrt{n}}\right)^2 + o\left(\left(\frac{t}{\sigma\sqrt{n}}\right)^2\right)\right\}^n \\ &= \left\{1 - \frac{t^2}{2n} + o\left(\frac{t^2}{\sigma^2 n}\right)\right\}^n. \end{aligned}$$

Vì vậy:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \varphi_{U_n^a}(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{1 - \frac{t^2}{2n} + o\left(\frac{t^2}{\sigma^2 n}\right)\right\}^n = e^{\lim_{n \rightarrow \infty} n \ln\left\{1 - \frac{t^2}{2n} + o\left(\frac{t^2}{\sigma^2 n}\right)\right\}}$$

Do $\ln\left\{1 - \frac{t^2}{2n} + o\left(\frac{t^2}{\sigma^2 n}\right)\right\} \sim \left\{-\frac{t^2}{2n} + o\left(\frac{t^2}{\sigma^2 n}\right)\right\}$ khi $n \rightarrow \infty$, nên

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \varphi_{U_n^a}(t) = e^{\lim_{n \rightarrow \infty} n \ln\left\{1 - \frac{t^2}{2n} + o\left(\frac{t^2}{\sigma^2 n}\right)\right\}} = e^{\lim_{n \rightarrow \infty} n\left\{-\frac{t^2}{2n} + o\left(\frac{t^2}{\sigma^2 n}\right)\right\}} = e^{-\frac{t^2}{2}}.$$

Chương 2. MỘT SỐ BÀI TOÁN ỨNG DỤNG CỦA ĐỊNH LÝ GIỚI HẠN TRUNG TÂM TRONG CUỘC SỐNG.

Bài toán 1: Cho biến ngẫu nhiên rời rạc $X \sim B(n, p)$. Tìm $\varphi_X(t)$

Lời giải:

Theo định nghĩa của quy luật $B(n, p)$

$$P_x = C_n^x p^x (1-p)^{n-x}, \quad x = \overline{0, n}.$$

Nên

$$\begin{aligned} \varphi_X(t) &= E[e^{itx}] = \sum_{x=0}^n e^{itx} C_n^x p^x (1-p)^{n-x} = \sum_{x=0}^n C_n^x (pe^{it})^x (1-p)^{n-x} \\ &= [pe^{it} + (1-p)]^n. \end{aligned}$$

Bài toán 2: Cho biến ngẫu nhiên rời rạc $X \sim P(\lambda)$. Tìm $\varphi_X(t)$

Lời giải:

Theo định nghĩa của quy luật Poisson:

$$P_x = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!}, \quad x = 0, 1, \dots$$

Nên

$$\varphi_X(t) = E[e^{itx}] = \sum_{x=0}^{\infty} e^{itx} e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!} = e^{-\lambda} \sum_{x=0}^{\infty} \frac{(\lambda e^{it})^x}{x!} = e^{-\lambda} e^{\lambda e^{it}} = e^{\lambda(e^{it}-1)}.$$

Lưu ý:

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}, \quad |x| < \infty.$$

Bài toán 3: Cho biến ngẫu nhiên liên tục U có phân phối chuẩn hóa $N(0, 1)$. Tìm $\varphi_U(t)$

Lời giải:

Theo định nghĩa phân phối chuẩn hóa

$$\varphi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}}.$$

Nên:

$$\varphi_U(t) = E[e^{itu}] = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{itu} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} du = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{itu - \frac{u^2}{2}} du.$$

Lấy đạo hàm theo t

$$\begin{aligned} \varphi'_U(t) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} iue^{itu - \frac{u^2}{2}} du = \frac{-i}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{itu} d(e^{-\frac{u^2}{2}}) \\ &= \frac{-i}{\sqrt{2\pi}} \left[e^{itu} \cdot e^{-\frac{u^2}{2}} \right]_{-\infty}^{+\infty} - \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{u^2}{2}} d(e^{itu}) = \frac{i}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} ite^{itu} e^{-\frac{u^2}{2}} du \end{aligned}$$

$$= -t \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{itu - \frac{u^2}{2}} du = -t \varphi_U(t).$$

Như vậy:

$$\varphi'_U(t) = -t \varphi_U(t).$$

Từ đó:

$$\varphi_U(t) = C e^{-\frac{t^2}{2}}.$$

Do

$$\varphi_U(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i \cdot 0 \cdot u} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} du = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} du = 1.$$

Nên $C = 1$, do đó:

$$\varphi_U(t) = e^{-\frac{t^2}{2}}.$$

Bài toán 4: Cho biến ngẫu nhiên liên tục X có phân phối chuẩn $N(\mu, \sigma^2)$. Tìm $\varphi_X(t)$

Lời giải:

Do X có phân phối chuẩn $N(\mu, \sigma^2)$ nên:

$$X = \sigma \frac{X - \mu}{\sigma} + \mu = \sigma U + \mu \quad \text{với } U \sim N(0,1).$$

Vậy:

$$\varphi_X(t) = E e^{itx} = E e^{it\sigma U + it\mu} = e^{it\mu} \varphi_U(\sigma t) = e^{it\mu} \cdot e^{-\frac{\sigma^2 t^2}{2}} = e^{it\mu - \frac{\sigma^2 t^2}{2}}.$$

Bài toán 5: Xét trò chơi trúng thưởng sau: ghi một số với giá trị 1 đồng, nếu cuối ngày thắng thì được 60 đồng. Số trúng thưởng là một số thuộc tập $\{00, 01, 02, \dots, 99\}$. Tính tiền lãi kì vọng thu được khi buổi sáng người chơi ghi một số.

Lời giải:

Gọi X_i : “Lợi nhuận khi dùng 1 đồng để ghi số thứ i ”, đơn vị: đồng; $i \in \{00, 01, \dots, 99\}$

Ta có: $X_i \in \{-1; 59\}$

X_i	-1	59
P	0,99	0,01

$$\text{Vậy: } EX_i = -1 \cdot 0,99 + 59 \cdot 0,01 = -0,4$$

$$EX_i^2 = (-1)^2 \cdot 0,99 + 59^2 \cdot 0,01 = 35,8$$

$$VX_i = EX_i^2 - (EX_i)^2 = 35,64$$

Bài toán 6: Xét trò chơi trúng thưởng trong bài toán 5. Một người dùng 1000 đồng để ghi 100 số $\{00, 01, 02, \dots, 99\}$ vào buổi sáng với chiến lược bất kì. Tính tiền lãi kì vọng thu được lúc cuối ngày khi thông báo giải thưởng.

Lời giải:

Gọi a_i là số đồng để ghi số thứ i , $i \in \{00, 01, 02, \dots, 99\}$

Ta có: $a_{00} + a_{01} + \dots + a_{99} = 1000$

Gọi Y là “lợi nhuận thu được”

Ta có $Y = a_{00}X_{00} + a_{01}X_{01} + \dots + a_{99}X_{99}$

X_i là biến ngẫu nhiên có phân phối như trong bài toán 5.

Ta kiểm tra giả thiết của định lý giới hạn trung tâm: các X_i độc lập, cùng phân phối có kì vọng và phương sai hữu hạn.

Áp dụng định lý giới hạn trung tâm có:

$$Y \sim N\left(\mu = E\left(\sum_{i=0}^{99} a_i X_i\right), \sigma^2 = V\left(\sum_{i=0}^{99} a_i X_i\right)\right).$$

Vậy

$$EY = E\left(\sum_{i=0}^{99} a_i X_i\right) = \sum_{i=0}^{99} a_i EX_i = -0,4 \cdot \sum_{i=0}^{99} a_i = -0,4 \cdot 1000 = -400.$$

Bài toán 7: Xét trò chơi trúng thưởng trong bài toán 5. Một người sử dụng chiến lược như trong bài toán 6 để chơi trò chơi trúng thưởng trong một tháng (30 ngày). Tính tiền lãi kì vọng thu được vào cuối tháng.

Lời giải:

Gọi Y_i là lợi nhuận khi sử dụng 1000 đồng để ghi các số sổ ở ngày thứ i , $i \in \{1, 2, \dots, 30\}$

Y_i có phân phối giống phân phối của Y trong bài toán 6.

Gọi Z là tiền lãi thu được sau 1 tháng.

$$Z = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_{30}$$

Kiểm tra lại các giả thiết của định lý giới hạn trung tâm: Các Y_i độc lập, cùng phân phối có kì vọng và phương sai hữu hạn.

Áp dụng định lý giới hạn trung tâm có:

$$Z \sim N\left(\mu = E\left(\sum_{i=1}^{30} Y_i\right), \sigma^2 = V\left(\sum_{i=1}^{30} Y_i\right)\right).$$

Vậy:

$$EZ = E\left(\sum_{i=1}^{30} Y_i\right) = \sum_{i=1}^{30} EY_i = 30 \cdot (-400) = -1200.$$

Nhận xét: Ta đã chỉ ra một cách có cơ sở khoa học là khi chơi trò chơi trúng thưởng trên thì người chơi luôn thua lỗ nặng.

KẾT LUẬN

Bài báo cáo đã trình bày kiến thức cơ bản về định lý giới hạn trung tâm, một trong những định lý quan trọng trong dạy học môn Xác suất thống kê tại các trường đại học. Bên cạnh trình bày nội dung định lý, bài báo đưa ra những ví dụ minh họa gắn nội dung lý thuyết với bài toán thực tiễn, qua đó sẽ giúp các bạn sinh viên thấy hứng khởi, hiểu được sâu sắc lý do tại sao chúng ta học xác suất. Bài báo có thể được vận dụng trong giảng dạy môn học Xác suất thống kê tại trường đại học.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Đặng Hùng Thắng – Trần Mạnh Cường, Thống kê cho Khoa học xã hội và Khoa học sự sống, NXB Đại học Quốc Gia Hà Nội, 2019, 80-95.
- [2] Nguyễn Cao Văn – Ngô Văn Thứ - Trần Thái Ninh, Giáo trình Lý thuyết Xác Suất và Thống Kê Toán, 3, NXB Đại Học Kinh Tế Quốc Dân, 2015, 279-285.
- [3] Nguyễn Duy Tiến – Vũ Viết Yên, Lý thuyết xác suất, NXB Giáo Dục, 2001, 187-193.